# Función de descuento

Roberto Knop

Enero 2018

# Índice general

# Capítulo 1

# Curva interbancaria

## 1.1. Introducción

La Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) expresa la relación existente entre los tipos de interés y el plazo para el cual es aplicable cada uno de ellos. Es importante definir las tipologías de tipos de interés que se pueden encontrar en los mercados financieros: Tipo de interés cupón cero: interés pagadero al término de la operación. Tipos de interés par: interés pagadero durante la vida de la operación con una frecuencia predeterminada. Tasa interna de rentabilidad: tipo de interés representativo de la rentabilidad teórica de un bono bajo supuestos de reinversión de sus flujos intermedios (si los tuviera) al mismo tipo de interés y siempre que la inversión se mantenga hasta el vencimiento.

Si bien habitualmente la curva representativa suele tener una pendiente positiva, los ciclos económicos pueden determinar formas funcionales distintas. El hecho de que habitualmente las curvas presenten pendientes positivas responde a la natural prima de riesgo que los inversores exigirán a la hora de realizar operaciones de financiación a plazos superiores. No obstante, situaciones de fuertes presiones inflacionistas en una economía que empujen a la autoridad monetaria a elevar el precio del dinero pueden provocar curvas invertidas o con curvas negativas, máxime cuando además las expectativas futuras sobre el crecimiento económico son negativas. Por ello, las curvas de tipo de interés varían con el tiempo. Es conocido que a partir de la ETTI existente en el momento actual; más conocida como curva al contado o spot, es posible obtener una estimación de los tipos a futuro o tipos implícitos forward. El primer problema que se encuentra es que la observación de la relación tipo-plazo no es directa, existen factores “contaminantes” que no permiten observar la relación de manera inmediata como el riesgo de crédito, la fiscalidad, la liquidez de los productos, la escasez de plazos cotizados en mercado, la estructura de pagos de cada activo, etc. Para solucionar estos problemas se debe estimar la estructura temporal de tipos de interés acorde con la calidad crediticia del agente que a esos tipos se puede financiar. La estimación de la estructura temporal de tipos de interés tiene como objetivo la obtención de una curva completa y continua de los tipos de interés y/o de sus factores de descuento asociados para todos los plazos existentes hasta una fecha máxima determinada. Por ejemplo, para establecer una curva gubernamental o soberana, la fuente de datos serán los precios de los bonos de Deuda Pública, que además representa en países industrializados una curva de máxima calidad crediticia relativa en la que habitualmente se reducen los problemas de liquidez. Existen varios modelos de estimación de la ETTI, aunque hay dos grandes corrientes metodológicas:

- Soluciones analíticas (fórmula cerrada): BootStrapping o Procesos recursivos: Iterative BootStrapping

- Soluciones econométricas que ajustan curvas minimizando los errores: Mc Culloch, Vasicek&Fong, Nelson&Siegel, Svensson, entre otros.

La elección de una u otra corriente metodológica depende de varios factores. Los principales son:

- Tipo de dato disponible: tipo de interés par, tipo de interés cupón cero, precio de bono.
- Frecuencia de observación de datos
- Granularidad de datos

La obtención de la función de tipos de interés o de factores de descuento en caso de disponer tipos de interés par a los plazos estándar (1,2,3,.......n años) se consigue de forma inmediata a través del bootstrapping. En caso de disponer precios de activos cuyos flujos de caja están ubicados irregularmente en el espectro temporal, hará recomendable utilizar el Iterative BootStrapping o las soluciones econométricas. Como se verá a continuación, la gran diferencia es que la primera alternativa generará una curva que permitirá replicar los precios reales de mercado de los activos que se valoren pero a costa de posibles inestabilidades en la función mientras que las técnicas econométricas generan funciones continuas de gran estabilidad. Por el contrario, estas curvas podrán generar imprecisiones en las valoraciones de los activos financieros que se realicen cuando sean utilizadas a tales efectos.

## 1.2. El esquema multicurva

La crísis financiera desatada a finales del 2007-2008 tuvo implicaciones en la dinámica de los mercados. La fuerte pérdida de confianza especialmente en lo que respecta a lo que los balances bancarios escondían impulsó un proceso general de colateralización de los derivados OTC reconocimiento de resultados de alta frecuencia: diaria, semanal. Esto supuso un sustancial aumento de la relevancia de ciertos factores de riesgos que hasta ese momento no existían o pasaban más bien inadvertidos. Se trata de los riesgos fundamentalmente de base en tipos de interes en una divisa o entre pares de divisas; los denominados *basis*. Como consecuencia de esto, el perfil post-crisis obliga a la detallada consideración de los siguientes factores de riesgos en los procesos de valoración y por tanto de construcción de curvas especialmente en operaciones donde existen intercambios de divisas:

| Factores de riesgo a considerar | Instrumentos cotizados afectos |
|---|---|
| Riesgo de tipo de interés en cada divisa | Swaps sobre Eonia, Euribor |
| Riesgo de tipo de cambio | Spot |
| Riesgo de bases distintos *tenor* | Eonia-Euribor Basis Swap |
| Riesgo de bases entre dos divisas | Cross Currency Basis Swap |

El principal cambio que se produce es la escisión de una función de descuento en dos:
-Una función para proyectar tipos implícitos a futuro
-Una función de descuento propiamente dicha para descontar flujos de caja.

El esquema general, por ejemplo, en el par EURUSD queda del siguiente modo:

| **EURO** | | | |
|---|---|---|---|
| **Rama Fija** | | **Rama Variable** | |
| **Tipos** | **Factores** | **Tipos** | **Factores** |
| Swaps sobre EONIA | | | |
| FijoEonia | $FD_{Eonia}$ | EoniaF | $FD_{Eonia}$ |
| Swaps sobre Euribor | | | |
| FijoEuribor | $FD_{Eonia}$ | Euribor | $FD_{Eonia}$ |

| **DÓLAR** | | | |
|---|---|---|---|
| **Rama Fija** | | **Rama Variable** | |
| **Tipos** | **Factores** | **Tipos** | **Factores** |
| Swaps sobre FED Funds | | | |
| FijoFedF | $FD_{OIS}$ | FedF | $FD_{OIS}$ |
| Swaps sobre LIBOR | | | |
| FijoLibor | $FD_{OIS}$ | Libor | $FD_{OIS}$ |

Como se puede inferir en los swaps sobre Euribor o Libor, las proyecciones de sus correspondientes tipos de interés forward deberán realizar a partir de funciones construidas a partir de Euribor y Libor, respectivamente, si bien su descuento de flujos de caja se hará con la función sobre Eonia y OIS, respectivamente. Obviamente esto tiene implicaciones en derivados con intercambios de ambas divisas donde además entran en juego, las preferencias relativas por la liquidez en cada una de ellas. Para el caso de una basis cross currency swap¨(swap variable contra variable entre dos divisas, con intercambio de principal.

| **CROSS CURRENCY BASIS SWAP** | | | |
|---|---|---|---|
| **Euro** | | **Dólar** | |
| **Tipos** | **Factores** | **Tipos** | **Factores** |
| FijoEuribor& Basis | $FD_{FX/Eonia}$ | Libor | $FD_{OIS}$ |

El esquema de valoración debe contemplar las dinámicas a veces independientes que tienen ciertos mercados y el de basis cross currency swap es uno de ellos. Los elementos a combinar son:

-Tipos de cambio spot
-Tipos de interés de divisa 1
-Tipos de interés de divisa 2

-Tipos de cambio forward

El tejido que debe construirse debe relacionar este 4 grupos de variables. El dólar como moneda habitualmente de referencia puede inducir a establecer la base de referencia sobre ella misma. No obstante, desde un punto de vista purista debe considerarse los tipos de interés reales a los que se pueden tomar posiciones de financiación e inversión, asi como los precios de seguros de cambio para transformar flujos de caja reales futuros de una divisa por otra.

## 1.3. Tipos de mercado

Para construir una curva de tipos de interés, existirán diversos instrumentos entre los que optar. Para la curva de riesgo interbancario, los instrumentos básicos serán: depósitos, FRA, call money e IRS. En el caso de bonos, obviamente se utilizaran los activos de renta fija que se resulten representativos del riesgo cuya curva se pretende representar.

### 1.3.1. Tipos de interés depósitos

El tipo de interés de un depósito interbancio es habitualmente un tipo de interés simple que se liquida al término de la operación y que recoge el precio del dinero considerando el riesgo crediticio del prestatario que recibe el principal.

$$Interés = Nominal \times i_d \frac{d}{B} \tag{1.1}$$

### 1.3.2. Tipos de FRA

Un FRA (forward rate agreement) es un derivado por el que dos contrapartidas acuerdan un intercambio único de fijos pactado por una de las partes a cambio de que la otra le pague el interés variable que se observe en una fecha futura sobre un índice de referencia del mercado monetario (Euribor, Libor....).

El tipo fijo pactado suele ser un tipo simple entre dos momentos futuros del tiempo. La forma de cálculo del interés del mismo es igual que el del subyacente (depósito interbancario):

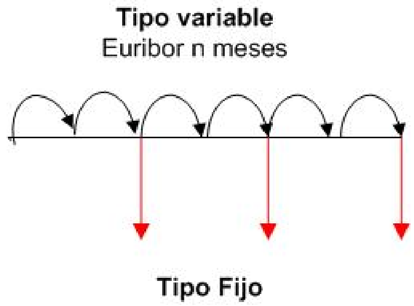
$$Interés = Nominal \times i_{FRA} \frac{d}{B} \tag{1.2}$$

Si bien la liquidación del derivado se realiza por diferencias entre el tipo factado del FRA y el del liquidación:

$$Liquidacion = \frac{(i_{FRA} + i_{\text{Euribor}}) \frac{d}{B} Nominal}{1 + i_{\text{Euribor}} \frac{d}{B}} \tag{1.3}$$

### 1.3.3. Tipos de Interest rate swap

Un swap de tipos interés es un instrumento derivado por el que dos contrapartidas acuerdan un intercambio de flujos consistente en el pago de intereses fijos periódicos por una de las partes a cambio de que la otra le pague intereses variables referenciados a un índice determinado en una misma divisa. La rama variable es sintéticamente una cadena de FRA.




Tanto el tipo fijo como los tipos variables, se pagan con unas frecuencias propias, no siendo habitualmente tipos únicos en la operación sino periódicos. Los flujos de interés de cada una de las ramas del swap en valor presente es:

$$Rama\, fija = \sum_{i=1}^{n} r_{fijo} FD_i FA_{fijo\, i} N_i \tag{1.4}$$

$$Rama\, variable = \sum_{i=1}^{n} Tim_i FD_i FA_{var\, i} N_i \tag{1.5}$$

*Tim: tipo implícito*
*FD: factor de descuento*
*FA: fracción de año según base convencional*
*N: nominal*
*n: número total de flujos*

### 1.3.4. Tipos de Call money swap

Un call money swap de tipos interés es un instrumento derivado por el que dos contrapartidas acuerdan un intercambio de flujos consistente en el pago de un interés fijo único por una de las partes a cambio de que la otra le pague un interes variable único resultado de capitaliza el tipo overnight día a día durante la vida del mismo.

Los flujos de interés de cada una de las ramas del call money swap es:

$$Rama\, fija = r_{fijo} FD\, FA\, N_i \tag{1.6}$$

$$Rama\, variable = r_{CMS} FD_i FA\, N_i \tag{1.7}$$

$r_{CMS}$ : *tipo capitalizado resultante*

$$r_{CMS} = \left[ \prod_{i=1}^{n} \left( 1 + i_{Eonia} \frac{d}{B} \right) - 1 \right] \frac{B}{d} \tag{1.8}$$

*FD: factor de descuento*
*FA: fracción de año según base convencional*

*N: nominal*
*n: número total de días d*

## 1.4. Boostrapping Analítico

La construcción de una curva cupón cero se lleva a cabo a partir de diversos instrumentos financieros. Si se disponen de cotizaciones de instrumentos cuyo interés se hace efectivo al vencimiento de la operación, como pueden ser tipos de interés de depósitos interbancarios, el cálculo de sus correspondientes factores de descuento es inmediato. Un factor de descuento no es más que el valor presente de una unidad monetaria del futuro:

$$FD = \frac{1}{1 + r \times FA} \tag{1.9}$$

en donde:
*FD: factor de descuento*
*r: tipo de interés de mercado*
*FA: fracción de año. Hasta el plazo de un año se calculará como* $FA = \frac{n}{base}$
*n: días de devengo de intereses según la convención.*
*Base: número de días según convención existentes en un año (habitualmente 360 o 365).*

No obstante, en los mercados habrá que considerar las convenciones de la divisa en cuanto a la entrada en vigor de la operación asociada a las fechas spot o contado. Las posibilidades son:
Spot = 0 días; la operación es fecha valor spot el mismo día que se pacta.
Spot = 1 día hábil; la operación es fecha valor spot al día hábil siguiente que se pacta.
Spot >= 2 días hábiles; la operación es fecha valor spot a los n días hábiles siguientes al que se pacta.
Con lo que los factores de descuento para la fecha spot son para cada caso:
FD spot: 1 para spot de 0 días
FD spot: FD overnight para spot de 1 día
FD spot: FD tom next para spot mayor o igual a 2 días
Así mismo deberán calcularse previamente los factores de descuento de los plazos overnight (1 día a partir del spot) y Tom/next (de mañana a pasado).

$$FD_{OverNight} = \frac{1}{1 + r_{on} \times FA_{on}} \tag{1.10}$$

$$FD_{tom\,next} = \frac{FD_{OverNight}}{1 + r_{tn} \times FA_{tn}} \tag{1.11}$$

*ON: over night*
*TN: tom next*
De este modo, ya se está en condiciones de calcular factores de descuento bien a estricto valor presente (hoy)

$$FD_i = \frac{1}{1 + r_i \times FA_i} \tag{1.12}$$

o, por ejemplo, actualizar a la fecha spot (práctica bastante habitual en valoraciones cálculos de resultados):

$$FD_i = \frac{FD_{spot}}{1 + r_i \times FA_i} \tag{1.13}$$

Dado el factor de descuento, el correspondiente tipo cupón cero (z) es:

$$z = \left( \left( \frac{1}{FD_{spot}} \right)^{\frac{1}{FA}} - 1 \right) \tag{1.14}$$

Para plazos superiores a un año, en caso de no existir cotizaciones de depósitos interbancarios deberá utilizarse otro instrumento con el mismo tipo de riesgo crediticio genérico para la construcción de la función de descuento. Las alternativas más habituales en los principales mercados financieros son futuros sobre tipos de interés o Interest Rate Swaps (IRS). La principal diferencia de los tipos de interés cotizados para estos instrumentos y el de un depósito interbancario es que los primeros se corresponden con un tipo cuyo pago de materializa de forma periódica (anual, semestral, etc a lo largo de la vida de la operación) y no en un solo momento, al final de la operación. Es decir, los tipos de los Interest Rate Swaps no son tipos cupones cero, que nos permitan el cálculo inmediato de los factores de descuento como ocurría cuando disponíamos de tipos de depósitos estándar. Esto va a obligar a desarrollar una técnica de transformación denominada tradicionalmente Bootstrapping.

### 1.4.1. Depósitos y Swaps

Dado, ahora el tipo de interés (R) de un instrumento que se paga periódicamente durante su vida con una frecuencia estable determinada, por ejemplo, anualmente, veamos como obtener el tipo cupón cero correspondiente ($z_i$). Para ello, hemos de contar con tipos cupón cero de plazos previos al vencimiento del instrumento ($z_{i+1}$). Es decir, estamos planteando que tenemos un instrumento a un plazo de i que cotizando en mercado, por ejemplo a la par, su valor a fecha actual viene dado por:

$Precio = \sum_{i=1}^{n} F_i FD_i FA_i + FD_n$

Si F (flujos de caja) se corresponden a los tipos de mercado, entonces tenemos que su precio es 100 % y por tanto:

$$-100\,\% + \sum_{i=1}^{n} F_i FD_i FA_i + FD_n = 0 \tag{1.15}$$

Para el caso de n= 2, si a F lo denotamos por el tipo de par de mercado R, tendríamos:

$$-100\,\% + R_1 FD_1 FA_1 + R_2 FD_2 FA_2 + FD_2 = 0 \tag{1.16}$$

o lo que es lo mismo:

$$-100\,\% + (R_1 FD_1 FA_1) + FD_2((R_2 FA_2 + 100\,\%)) = 0 \tag{1.17}$$

Como, suponemos que conocemos zi-1, también conocemos FDi-1 (y por supuesto la correspondiente FA), despejamos FDn y obtenemos:

$$FD_2 = \frac{100\,\% - (R_1 FD_1 FA_1)}{(R_2 FA_2 + 100\,\%)} \tag{1.18}$$

Generalizando, se llega a que el factor de descuento de cualquier plazo n, dado los z de plazos anteriores viene dado por:

$$FD_n = \frac{100\,\% - (R_i \sum_{i=1}^{n-1} FD_i FA_i)}{(R_n FA_n + 100\,\%)} \tag{1.19}$$

Si queremos actualizar a la fecha considerada spot en lugar de hacerlo a la fecha actual, haremos:

$$FD_n = \frac{FD_{spot} - (R_i \sum_{i=1}^{n-1} FD_i FA_i)}{(1 + R_n FA_n)} \tag{1.20}$$

Obsérvese que el mecanismo es recurrente por lo que para obtener el factor de descuento de un plazo n, habrá que calcular previamente los factores de descuento de plazos n-i partiendo del factor de descuento a un año

<u>Ejemplo</u>

Dada la siguiente información calcular el factor de descuento a 3 años:

- Factor de descuento spot: 0,999777
- Tipo de un depósito a un año: 5 % (supongamos 365 días en base Act/360)
- Tipo de IRS a 2 años: 5,25 % (supongamos 722 días en base 30/360)
- Tipo de IRS a 3 años: 5,50 % (supongamos 1.084 días en base 30/360)

Dados los factores de descuento, los tipos cupones cero se obtienen de forma inmediata aplicando en el ejemplo anterior, para el plazo de 3 años tendríamos:

$$FD_{1año} = \frac{0,999777}{1 + 5\,\% \times \frac{365}{360}} = 0,951540$$

$$FD_{2años} = \frac{0,999777 - 5,25\,\% \left(0,951540\,\frac{360}{360}\right)}{1 + 5,25\,\% \times \frac{362}{360}} = 0,9021999$$

$$FD_{3años} = \frac{0,999777 - 5,50\,\% \left[\left(0,951540\,\frac{360}{360}\right) + \left(0,9021999\,\frac{362}{360}\right)\right]}{1 + 5,50\,\% \times \frac{362}{360}} = 0,850877$$

Dados los factores de descuento, los tipos cupones cero se obtienen de forma inmediata aplicando

$$z_i = \left(\frac{1}{FD_i}\right)^{\frac{Base}{D_i - D_0}} - 1$$

en el ejemplo anterior, para el plazo de 3 años tendríamos:

$$z_i = \left(\frac{1}{0,850877}\right)^{\frac{365}{1095}} - 1 = 5,53\,\%$$

### 1.4.2. Depósitos, FRA y Swaps

Si se dispone de cotizaciones de Forward Rate Agreement (FRA)se añade información de instrumentos de mayor liquidez, incidiendo en una mejora de la estimación de la función de descuento, especialmente si se utiliza para valorar swaps.

El proceso requiere utilizar depósitos hasta el plazo más corto en el que se pueden encontrar cotizaciones de FRAs líquidos, punto a partir del cual se pasa del "encadenamiento" depósito-FRA al FRA-FRA.

"Zona de depósitos": hasta el primer futuro:

$$FD_i = \frac{FD_{spot}}{1 + r_{depo\,0-i} \times FA_{depo\,0-i}} \tag{1.21}$$

Si la fecha valor es t+0 el Factor Descuento spot $FD_{spot}$ sería 1.

- "Zona de FRA":
El encadenamiento depósito-FRA sería:

$$FD_j = \frac{FD_{spot}}{1 + r_{depo\,0-i} \times FA_{depo\,0-i}} \times \frac{1}{1 + r_{FRA\,i-j} \times FA_{FRA\,i-j}} \tag{1.22}$$

Dados
*FDj: factor de descuento del plazo j*
*$r_{depo0\text{-}i}$: tipo depósito del plazo 0-i*
*$r_{FRA\ i\text{-}j}$: tipo depósito del plazo i-j*
*FA: fracción de año según base de convención*

El encadenamiento FRA-FRA sería:

$$FD_k = \frac{FD_j}{1 + r_{FRA\,j-k} \times FA_{FRA\,j-k}} \tag{1.23}$$

"Zona de swaps":
Finalmente en zona swap se aplicará la técnica habitual de bootstrapping

$$FD_n = \frac{FD_{spot} - (R_i \sum_{i=1}^{n-1} FD_i FA_i)}{(1 + R_n FA_n)}$$

EJEMPLO
Supongamos que la fecha valor es t+0 dias y que se disponen de las siguientes cotizaciones:
Depósito a 1 mes (31 días): 0,40 %
FRA 1-4 (91 días): 0,70 %
FRA 4-7 (91 días): 0,95 %
Podemos obtener hasta el factor de descuento de hasta el plazo de 7 meses desarrollando los sucesivos "encadenamientos". Para el depósito a un mes:

$$FD_i = \frac{FD_{spot}}{1 + r_{depo\,0-i} \times FA_{depo\,0-i}} = \frac{1}{1 + 0,40\,\% \times \frac{31}{360}} = 0,9996556$$

Si se une al FRA 1-4 obtenemos el factor de descuento a 4 meses:

$$FD_{4meses} = \frac{1}{1 + 0,40\,\% \times \frac{31}{360}} \times \frac{1}{1 + 0,70\,\% \times \frac{91}{360}} = 0,997890$$

Si se une al FRA 4-7 obtenemos el factor de descuento a 7 meses:

$$FD_{7meses} = \frac{1}{1 + 0,40\,\% \times \frac{31}{360}} \times \frac{1}{1 + 0,70\,\% \times \frac{91}{360}} \times \frac{1}{1 + 0,95\,\% \times \frac{91}{360}} = 0,995499$$

o lo que es lo mismo:

$$FD_{7meses} = \frac{FD_{4meses}}{1 + 0,95\,\% \times \frac{91}{360}} = 0,995499$$

### 1.4.3. Depósitos, Futuros y Swaps

Si en la información de tipos de mercados incorporamos futuros, en muchas ocasiones se añade información de instrumentos de mayor liquidez, redundando en una mejora de la estimación de la función de descuento, sobre todo si esta de utilizará para revaluar este tipo de derivados e incluso swaps.

Dados
*FDi: factor de descuento del bucket i*
*$r_i$: tipo par del bucket i*
*$r_{stubi}$: tipo par del bucket del stub i*
*R: tipo IRS par*
*$d_i$: días desde el spot hasta el bucket i*
*$FA_i$: fracción de año según base de convención*
*Stub: fecha de inicio del futuro*
*AC: ajuste de convexidad*

"Zona de depósitos": hasta el primer futuro:

$$FD_i = \frac{FD_{spot}}{1 + r_i \times FA_i} \tag{1.24}$$

- "Zona de futuros":
Para el primer futuro:

$$FD_{fut1} = FD_{stub} \frac{1}{1 + (r_{fut1} - AC_{fut1}) \times FA_i} \tag{1.25}$$

donde

$$AC = (1 - e^{-z}) \left[ 100 - Fut + \frac{100 \times Base}{Dias_{i-f}} \right] \tag{1.26}$$

en donde

$$z = \frac{\sigma^2}{2\alpha^3}(1 - e^{-2\alpha t})(1 - e^{-2\alpha t(T-t)})^2 + \frac{\sigma^2}{2\alpha^3}(1 - e^{-2\alpha t})(1 - e^{-\alpha t})^2 \tag{1.27}$$

segun Extend Vasicek o para Ho-Lee:

$$z = \sigma^2 t(T - t)(T - \frac{t}{2}) \tag{1.28}$$

t: plazo hasta el inicio (años)
T: plazo hasta el vcto. (años)
α: tipo reversión a media σ: volatilidad del tipo a corto
En general, si fin *futi-1*= inicio *futi*.

$$FD_{fut\,i} = FD_{fut\,i-1} \times \frac{1}{1 + (r_{fut\,i} - AC_{fut\,i}) \times FA_i} \tag{1.29}$$

En otro caso:

$$FD_{fut\,i} = FD_{stub\,i-1} \times \frac{1}{1 + (r_{fut\,i} - AC_{fut\,i}) \times FA_i} \tag{1.30}$$

"Zona de swaps":
Finalmente en la zona swap se aplicará la técnica habitual de bootstrapping

$$FD_n = \frac{FD_{spot} - (R_i \sum_{i=1}^{n-1} FD_i FA_i)}{(1 + R_n FA_n)}$$

## 1.5. Boostrapping MultiDivisa

En aquellos derivados en el que estén involucrados más de una divisa y además hay intercambio de principales, se genera una dinámica de valoración que ha de ser ajustada por las primas de liquidez diferencial que existan entre ambos mercados que cotizan en los mercados en forma de los denominados "basis swaps". La divisa benchmark de referencia en las cotizaciones suele denominarse *Liquidity Reference Currency (LRC)* y suele ser el dólar. En el proceso de valoración de los flujos variables de derivados en los que existen dos divisas involucradas, la correspondiente al LRC se trata con un Bootstrapping MonoDivisa a efectos de la generación de la función de descuento. Sin embargo, la moneda que no es LRC requerirá dos funciones de descuento:

1. Cálculo de forwards con función de descuento estandar
2. Descuento con factores ajustados por basis $FD^*$que cumplan las siguientes condiciones:

$$1 = \sum_{i=1}^{n-1} (Euribor_i + S_n) FD_i^* FA_i + FD_n^*$$

$$FD_n^* = \frac{1 - (\sum_{i=1}^{n-1}(Euribor_i + S_n)FD_i^* FA_i)}{(1 + (Euribor_n + S_n)FA_n)}$$

$s_n$: basis de mercado al plazo en cuestión.

# Capítulo 2

# Curva de bonos

## 2.1. Boostrapping Iterativo

Es una técnica basada en crear una curva que se ajuste exactamente al precio de los activos en mercado. Requiere, por tanto, información de precios de activos de renta fija y se basa en:

- Estimación directa de los tipos cupones cero a partir de los precios de instrumentos con cupones cero.

- Estimación recursiva o iterativa para el resto de instrumentos, partiendo de la premisa de que el precio a replicar es siempre el precio al que se cotiza en mercado.

Proceso

Se ordenan los productos según su vencimiento. Generalmente los primeros serán letras o pagarés al descuento. De los precios (P) de estos se podrán obtener los tipos cupón cero (Z) directamente mediante:

$$P = \frac{100\,\%}{(1+Z_i)^T} \tag{2.1}$$

$$Z = \left[\frac{100\,\%}{P}\right]^{(1/T)} - 1 \tag{2.2}$$

En este tipo de instrumentos, el precio (P) es por definición un factor de descuento (FD).

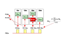
Cuando se tengan activos con cupones intermedios, se actualizaran los mismos interpolando los tipos previamente obtenidos. En los cupones de vencimiento posterior al último tipo cupón cero obtenido de forma directa por la anterior expresión, se actualizarán en una primera iteración con el último tipo disponible. Una vez que se dispongan de todos los flujos actualizados, excepto el último de la amortización, éste se actualizará aplicando:

$$P = \sum_{i=1}^{n-1} C \times FD_i + (100\,\% + C)FD_n \tag{2.3}$$

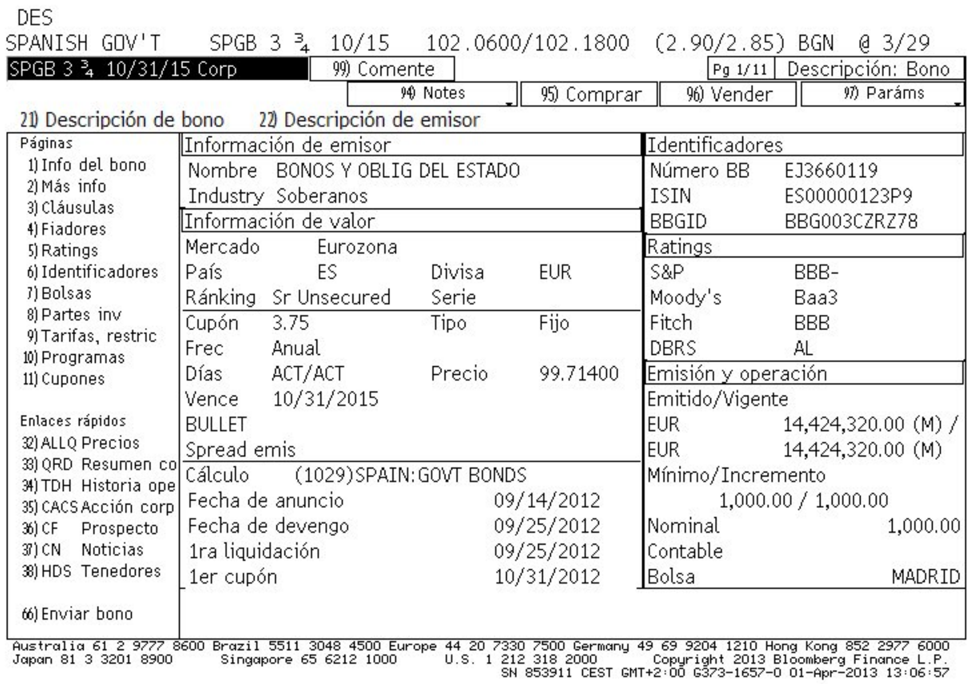
$$FD_n = \frac{P - \sum_{i=1}^{n-1} C \times FD_i}{(100\,\% + C)} \tag{2.4}$$

en donde:
*FD: factor de descuento*
*P: precio del bono*
*z: tipo cupón cero*
Obtenido el factor de descuento (consiguientemente el tipo cupón cero) del último flujo del bono, los cupones actualizados al último tipo antes disponible directamente ahora se vuelven a estimar interpolando linealmente entre dicho tipo y el obtenido para el último flujo. La premisa fundamental será replicar exactamente el precio del bono en mercado, actualizando sus flujos a los tipos estimados.

Esquemáticamente por ejemplo, si conocemos el precio de una letra al descuento a 6 meses, a 12 meses y el de un bono con cupones semestrales a 2 años haríamos:



**Caso práctico** Se analizará un Bono del Tesoro español con cupón 3,75 % anual (ActAct) y vencimiento el 31/10/2015. Al tratarse de un bono a tipo fijo la definición de los flujos de caja viene dada por sus condiciones estáticas. En este caso, cupones del 3,75 % sobre el nominal de referencia. Se tomará como fecha valor el 4 de Abril de 2013 con una cotización de mercado de 102,20. Se realizará su valoración tanto por TIR como por curva cupón cero generada a partir de Iterative BootStrapping.


DES
SPANISH GOV'T SPGB 3 ¾ 10/15 102.0600/102.1800 (2.90/2.85) BGN @ 3/29
SPGB 3 ¾ 10/31/15 Corp 99) Comente Pg 1/11 Descripción: Bono
94) Notes 95) Comprar 96) Vender 97) Paráms
21) Descripción de bono 22) Descripción de emisor

| Páginas | Información de emisor | | | | Identificadores | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1) Info del bono | Nombre | BONOS Y OBLIG DEL ESTADO | | | Número BB | EJ3660119 |
| 2) Más info | Industry | Soberanos | | | ISIN | ES00000123P9 |
| 3) Cláusulas | Información de valor | | | | BBGID | BBG003CZRZ78 |
| 4) Fiadores | Mercado | Eurozona | | | Ratings | |
| 5) Ratings | País | ES | Divisa | EUR | S&P | BBB- |
| 6) Identificadores | Ránking | Sr Unsecured | Serie | | Moody's | Baa3 |
| 7) Bolsas | Cupón | 3.75 | Tipo | Fijo | Fitch | BBB |
| 8) Partes inv | Frec | Anual | | | DBRS | AL |
| 9) Tarifas, restric | Días | ACT/ACT | Precio | 99.71400 | Emisión y operación | |
| 10) Programas | Vence | 10/31/2015 | | | Emitido/Vigente | |
| 11) Cupones | BULLET | | | | EUR | 14,424,320.00 (M) / |
| Enlaces rápidos | Spread emis | | | | EUR | 14,424,320.00 (M) |
| 32) ALLQ Precios | Cálculo | (1029)SPAIN:GOVT BONDS | | | Mínimo/Incremento | |
| 33) QRD Resumen co | Fecha de anuncio | | | 09/14/2012 | 1,000.00 / 1,000.00 | |
| 34) TDH Historia ope | Fecha de devengo | | | 09/25/2012 | Nominal | 1,000.00 |
| 35) CACS Acción corp | 1ra liquidación | | | 09/25/2012 | Contable | |
| 36) CF Prospecto | 1er cupón | | | 10/31/2012 | Bolsa | MADRID |
| 37) CN Noticias | | | | | | |
| 38) HDS Tenedores | | | | | | |
| 66) Enviar bono | | | | | | |

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2013 Bloomberg Finance L.P.
SN 853911 CEST GMT+2:00 G373-1657-0 01-Apr-2013 13:06:57

La valoración bajo ambos enfoque sería:

| | | | | Descuento por TIR | | | Descuento por CCC | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fechas | Días | Años | TIR | Flujos | VP (flujos) | TCC | Factores | VP (flujos) |
| 04/04/2013 | | | | | | | | |
| 31/10/2013 | 210 | 0,58 | 2,85% | 3,75 | 3,69 | 0,60% | 0,9965790 | 3,74 |
| 31/10/2014 | 575 | 1,58 | 2,85% | 3,75 | 3,59 | 2,05% | 0,9685376 | 3,63 |
| 31/10/2015 | 940 | 2,58 | 2,85% | 103,75 | 96,51 | 2,89% | 0,9293712 | 96,42 |
| | | | | Precio | 103,79 | | Precio | 103,79 |
| | | | | C. Corrido 4/4 | 1,59 | | C. Corrido 4/4 | 1,59 |
| | | | | Cotiza s/cupon | 102,20 | | Cotiza s/cupon | 102,20 |
| | | | | TIR | 2,85% | 2,77% | TIR | 2,85% |